Übungen zur Mathematik für Geowissenschaftler II

Sommersemester 2014

Priv.-Doz. Dr. M. Gnewuch
M. Hauptmann

Blatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Beim Skat erhalten die Spieler A, B und C jeweils zehn Karten aus einem Stapel mit 32 Karten und die verbleibenden zwei Karten (der Skat) werden beiseite gelegt. Der Stapel enthält 4 Asse.

1. Wie viele verschiedene Blätter (= Kartenkombinationen) kann Spieler A erhalten?
2. Wie viele dieser Blätter enthalten genau 4 Asse?
3. Wie viele dieser Blätter enthalten mindestens 3 Asse?

Begründen Sie Ihre Antworten auf nachvollziehbare Art und Weise!

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Fünf achtseitige Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

1. ... für fünf gleiche Augenzahlen?
2. ... für genau vier gleiche Augenzahlen?
3. ... für fünf verschiedene Augenzahlen?

Geben Sie einen sinnvollen Ergebnisraum Ω für dieses Würfelexperiment an und begründen Sie Ihre Antworten auf nachvollziehbare Art und Weise!

Aufgabe 3 (Freiwillige Knobelaufgabe; 4 Zusatzpunkte)
Sie können drei sechsseitige Würfel neu beschriften. Dabei dürfen Sie jede der Zahlen 1,...,6 beliebig oft verwenden (z.B. können Sie also auf einen Würfel lauter Einsen schreiben). Sie spielen dann gegen einen anderen Spieler A nach folgenden Regeln:

- A wählt einen der drei Würfel aus.
- Sie wählen aus den beiden verbliebenen Würfeln einen aus.
- Beide Spieler würfeln.
- Sie gewinnen, wenn Sie die höhere Zahl werfen, ansonsten gewinnt A.

Ist es möglich die drei Würfel so zu konstruieren, dass Sie stets im Vorteil sind? Begründen Sie Ihre Antwort auf nachvollziehbare Art und Weise!

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Eine Münze wird viermal geworfen und liefert jedes Mal Zahl (Z) oder Kopf (K). Der Ergebnisraum Ω besteht also aus 4-Tupeln mit Einträgen aus $\{Z, K\}$. Sei A das Ereignis, dass bei den ersten beiden Würfen Z auftritt, B das Ereignis, dass beim zweiten und dritten Wurf Z auftritt und C das Ereignis, dass beim dritten und vierten Wurf Z auftritt. Wir nehmen an, dass alle Ergebnisse in Ω gleichwahrscheinlich sind.

1. Schreiben Sie die Ereignisse A, B, C, $A \cap B$ und $A \cap B \cap C$ als Teilmengen von Ω und geben Sie ihre Wahrscheinlichkeiten an.

2. Sind A und B unabhängig? Sind B und C bzw. A und C unabhängig?

3. Sind A, B und C unabhängig?

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Seien Ω ein endlicher Ergebnisraum, P ein Wahrscheinlichkeitsmaß und A, B Ereignisse. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. A und B sind unabhängig.

2. A und $B^c = \Omega \setminus B$ sind unabhängig.

3. A^c und B^c sind unabhängig.

Abgabe bis Mittwoch, den 14.5.2014, 12 Uhr im Schrein (1. Stock).