

Übungen zur Mathematik für Geowissenschaftler II

Sommersemester 2014

Priv.-Doz. Dr. M. Gnewuch
M. Hauptmann

Blatt 9

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Ein fairer 6-seitiger Würfel wird zweimal nacheinander (unabhängig) geworfen. Es sei X_1 die Augenzahl des ersten und X_2 die Augenzahl des zweiten Wurfs. Berechnen Sie die folgenden Größen:

1. $\text{Kov}(X_1, X_1 + X_2)$ und $\rho(X_1, X_1 + X_2)$,
2. $\text{Kov}(X_1, \max\{X_1, X_2\})$ und $\rho(X_1, \max\{X_1, X_2\})$.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Ein fairer 8-seitiger Würfel wird 2000 mal nacheinander (unabhängig) geworfen. Bestimmen Sie unter Benutzung der Normalverteilung (zentraler Grenzwertsatz!) die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 230 mal eine 8 gewürfelt wird.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Die durchschnittliche Windgeschwindigkeit im Mai am Kieler Leuchtturm beträgt 13 Knoten. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Wind zu einem zufälligen Zeitpunkt im Mai eines Jahres stärker als mit 10 Knoten weht, beträgt 58%. Es ist experimentell bekannt, dass die Windgeschwindigkeit annähernd *log-normalverteilt* ist, i.e., für die Zufallsvariable

$$X(t) := \{\text{Windgeschwindigkeit in Knoten zum Zeitpunkt } t \text{ im Mai}\} \quad (1)$$

ist die Zufallsvariable $\ln(X)$ normalverteilt ($\ln =$ „Logarithmus Naturalis“, der natürliche Logarithmus zur Basis e). Aus obigen Daten kann man errechnen, dass $\ln(X)$ $(2,41, 0,55)$ -normalverteilt ist. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass an einem zufällig gewählten Zeitpunkt im Mai 2015 mindestens 22 Knoten erreicht wird.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Eine unfaire Münze zeigt Kopf mit einer Wahrscheinlichkeit von 20%. Die Münze wird 50 mal geworfen.

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 9 und höchstens 11 mal Kopf geworfen wird. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit auf die folgenden drei Arten:
 1. Mit Hilfe der Binomialverteilung.
 2. Mit Hilfe der Normalverteilung (ohne Verbesserung der Genauigkeit, d.h. ohne $\pm 0,5$).
 3. Mit Hilfe der Normalverteilung (mit Verbesserung der Genauigkeit, d.h. mit $\pm 0,5$).

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 16 und höchstens 18 mal Kopf geworfen wird. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit auf die folgenden drei Arten:

1. Mit Hilfe der Binomialverteilung.
2. Mit Hilfe der Normalverteilung (ohne Verbesserung der Genauigkeit, d.h. ohne $\pm 0,5$).
3. Mit Hilfe der Normalverteilung (mit Verbesserung der Genauigkeit, d.h. mit $\pm 0,5$).

Aufgabe 5 (Freiwillige Knobelaufgabe; 2 Zusatzpunkte)

Sie spielen mit einem Freund das folgende Spiel: Ihr Freund denkt sich zwei beliebige Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ aus mit $a < b$. Er schreibt verdeckt a auf einen Bierdeckel und b auf einen anderen Bierdeckel und dreht diese dann um. Sie wählen zufällig einen dieser beiden Deckel, drehen diesen um und dürfen nach Ansicht der Zahl auf der Rückseite raten, ob die Zahl auf dem anderen Bierdeckel größer oder kleiner als die aufgedeckte Zahl ist. Finden Sie eine Gewinnstrategie, mit der die Wahrscheinlichkeit, dass Sie richtig raten, echt größer als 0,5 ist! (Hinweis: Betrachten Sie den Fall, dass die Zahlen a, b , die Sie nicht kennen, fixiert sind. Suchen Sie nach einer sinnvollen Strategie, um nach Aufdecken eines Deckels bei Ansicht der aufgedeckten Zahl automatisch entscheiden zu können, ob Sie tippen, dass die nicht aufgedeckte Zahl größer oder kleiner als die aufgedeckte Zahl ist. Wann ist Ihre Strategie besser als zufälliges Raten, wann gleich gut?)

Abgabe bis Mittwoch, den 2.7.2014, 12 Uhr im Schrein (1. Stock).