

Übungen zur Mathematik für Ingenieure III
Wintersemester 2014/15

Priv.-Doz. Dr. M. Gnewuch
Dr. S. Buschenhenke

Blatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $Q := [0, 2] \times [-1, 2] \times [0, \pi/2]$. Berechnen Sie das Integral

$$\int_Q (x + y^2) \sin(z) d(x, y, z).$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $Q := [-1, 1] \times [0, 2]$ und betrachten Sie auf Q die Dichtefunktion $\rho(x, y) := (1 - x^2)y$. Berechnen Sie Masse und Schwerpunkt von Q .

Aufgabe 3 (2 + 2 = 4 Punkte)

Seien $b, h > 0$.

1. Berechnen Sie mit Hilfe des Cavalieri-Prinzips die Fläche des durch die Eckpunkte $(0, 0)$, $(b, 0)$ und $(0, h)$ gegebenen Dreiecks.
2. Weisen Sie mit Hilfe der geometrischen Version des Cavalieri-Prinzips nach, dass sich die Fläche nicht ändert, wenn man den oberen Eckpunkt $(0, h)$ durch (x, h) mit beliebigem $x \in \mathbb{R}$ ersetzt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei $K \subseteq \mathbb{R}^3$ der Körper, der von den fünf Flächen $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$, $z = x + y$ und $z = xy$ begrenzt wird. Überlegen Sie sich, wie K aussieht und berechnen Sie das Integral

$$\int_K z d(x, y, z).$$

Aufgabe 5 (*-Aufgabe; 2 + 2 = 4 Zusatzpunkte)

Wir betrachten einen rotierenden Quader mit quadratischer Grundfläche und einer Höhe von einem Zentimeter. Die Kantenlänge der quadratischen Grundfläche sei ein Meter. Der Quader bestehe aus schwerem Kunststoff der Dichte $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Die Rotationsachse stehe senkrecht auf der quadratischen Grundfläche.

1. Zunächst betrachten wir den Spezialfall, dass die Rotationsachse durch den Schwerpunkt verlaufe. Berechnen Sie das Trägheitsmoment.
2. Berechnen Sie nun ganz allgemein das Trägheitsmoment in Abhängigkeit von der Position der Rotationsachse.

Abgabe: Montag, den 17.11.2014, vor Beginn der Vorlesung im Hörsaal F des Audimax.